



## Dinamización matemática

### Iniciación al estudio de las matemáticas de las cantidades en la Educación Infantil

Carlos de Castro Hernández; Clara Pastor Llamas; Lidia Cayetana Pina Plaza; María Isabel Rojas Díez; Beatriz Escorial González.

#### Resumen

Para estudiar cómo es el inicio del aprendizaje de las 'matemáticas de las cantidades', hemos desarrollado una experiencia con 64 alumnos de 4 y 5 años, pertenecientes a tres grupos de Educación Infantil. Durante 5 semanas trabajamos, partiendo de literatura infantil, en un taller de resolución de problemas inmersos en una situación de comunicación. Los problemas eran planteados por una persona cercana. Los niños, tras emplear diversas estrategias informales de modelización directa, a través de distintas representaciones (manipulativas y gráficas) de cantidades, discuten sus soluciones, y elaboran una respuesta común para quien les planteó el problema.

#### Abstract

To study how begins learning of 'mathematics of quantities', we have developed an experience with 64 four and five-year-old pupils, from three groups of Early Childhood Education. We worked for 5 weeks, from children's books, in a workshop on problem-solving with problems involved in a communication situation. Problems were posed by a nearby person. Children, after using diverse informal direct modeling strategies, with different (manipulative and graphical) representations of quantities, discussed their solutions, and elaborated a common response for the one who had posed them the problem.

#### Resumo

Para estudar como é o início da aprendizagem das 'matemáticas das quantidades', desenvolvemos uma experiência com 64 alunos de 4 e 5 anos, pertencentes a três grupos de Educação Infantil. Durante 5 semanas trabalhamos, partindo de literatura infantil, em um laboratório de resolução de problemas imersos numa situação de comunicação. Os problemas eram propostos por uma pessoa próxima. As crianças, depois de utilizar diversas estratégias informais de modelagem direta, através de diferentes representações (manipulativas e gráficas) de quantidades, discutem suas soluções, e elaboram uma resposta comum para quem lhes propôs o problema.

## 1. Las matemáticas de las cantidades frente a las matemáticas del número: una apuesta para la Educación Infantil

El Diccionario de la Lengua Española (de la Real Academia Española<sup>1</sup>) define “cantidad”, en sus dos primeras acepciones, como: “Porción de una magnitud” y “Cierta número de unidades”. Estas dos acepciones distintas dan cuenta del hecho de que, cuando hablamos de cantidades, podemos utilizar la *cuantificación indefinida*, que “indica la cantidad de sustancia en una orientación aproximativa, sin la aparente concreción de la cuantificación numeral” (Lamíquiz, 1991, p. 52) o la *cuantificación numeral*. En efecto, son cantidades tanto “muchos cubitos” o “poca plastilina” (cantidades indefinidas), como “siete cubitos”<sup>2</sup>, resultado de una cuantificación numeral. Por otro lado, tenemos los *números*, como ‘tres’, o ‘siete’, sin hacer referencia a unidades, o porciones de sustancia alguna. La distinción entre ‘números concretos’ y ‘números abstractos’ (hoy diríamos, entre cantidades y números) es muy habitual en tratados antiguos sobre la enseñanza de la aritmética:

Los números admiten ser considerados de dos formas; una es cuando no se menciona ninguna denominación particular a la cual pertenecen sus unidades, y entonces se les llama números abstractos; la otra, cuando se especifica la denominación de sus unidades, como al decir: dos hombres, cinco años, tres horas, etc. A éstos se les llama números concretos (Lacroix, 1825, p. 8).

Detrás de esta distinción, hay un planteamiento didáctico según el cual los niños deben primero calcular con números concretos, para después pasar a calcular con números abstractos. Así, ya en el método inductivo de Warren Colburn (1826), podemos leer: “Comenzamos haciendo cálculos sobre objetos sensibles; pronto, observamos que los mismos cálculos pueden aplicarse a objetos muy diferentes; y finalmente, que [los cálculos] pueden efectuarse sin hacer referencia a ningún objeto particular.” (Colburn, 1826, p. iv). En este planteamiento, el paso del cálculo con números concretos al cálculo con números abstractos supone una dificultad para muchos niños que se explica tradicionalmente en términos de *dificultad de abstracción*. Hughes (1986) asume esta diferencia de dificultad al manejar cantidades y números al indicar que:

La mayoría de los niños comienzan su escolaridad a los cinco años siendo aparentemente capaces de llevar a cabo sumas y restas sencillas, siempre que tengan lugar en contextos que impliquen objetos, personas o acontecimientos específicos. En cambio, cuando se les plantean sumas y restas semejantes dentro de contextos en los que no existen referencias a objetos específicos, suelen mostrarse incapaces de contestar (Hughes, 1986, p. 60).

Sin embargo, Hughes (1986) atribuye la dificultad del cálculo con números a aspectos lingüísticos y semióticos, más que reconocerla solamente como una ‘dificultad de abstracción’. Esto es, piensa que los pequeños tienen dificultad al

<sup>1</sup> <http://buscon.rae.es/draei/>

<sup>2</sup> que es una cantidad medida, y más precisamente, contada, en este caso, pues se trata de una cantidad discreta.

utilizar y atribuir significado a expresiones del tipo “dos y dos son cuatro”, específicas del lenguaje matemático, y alejadas del lenguaje habitual.

Resnick (1992) también recoge en sus trabajos la distinción entre los números concretos (cantidades) y números abstractos (números), aunque amplía notablemente esta perspectiva sobre el desarrollo del pensamiento numérico al incluir en sus planteamientos las *protocantidades* (las *cantidades indefinidas* citadas en el párrafo inicial) y los *operadores*. Así, Resnick (1992) distingue cuatro tipos de pensamiento matemático: las matemáticas de las protocantidades, de las cantidades, de los números y de los operadores. En la tabla 1 aparecen resumidas las características principales de las matemáticas de las protocantidades, las cantidades y los números. Excluimos las matemáticas de los operadores pues tienen interés en un momento más avanzado de la escolaridad del que interesa para este trabajo, la Educación Infantil.

Tabla 1  
Tres tipos de pensamiento matemático (Resnick, 1992)

Matemáticas de:	Objetos de razonamiento	Términos lingüísticos	Operaciones
protocantidades	Material físico	Mucho, muchos, más, menos, pequeño, grande, etc.	Aumentar, disminuir, combinar, separar, comparar, ordenar.
cantidades	Material físico medido	$n$ objetos, $n$ metros, $n$ kilos, añadir, quitar, repartir.	Aumentar o disminuir una cantidad añadiendo o quitando otra cantidad. Repartir una cantidad en partes iguales.
números	Números	$n$ más que, $n$ veces, más $n$ , veces $n$ , $n$ más $m$ , $n$ dividido por $m$ .	Suma, resta, multiplicación, división, aplicadas a números

## 1.1. Las protocantidades, las cantidades y el número en los currículos españoles actuales de Educación Infantil y Primaria.

En este trabajo nos planteamos cuándo deben los niños estudiar las *matemáticas de las cantidades* y en qué debe consistir este tipo de trabajo. Para intentar responder a esta pregunta, comenzamos por revisar el planteamiento de los currículos actuales de Educación infantil y primaria españoles. El currículo actual de Educación Infantil (MEC, 2008), entre los contenidos a estudiar, y más tarde, al explicar qué debe tenerse en cuenta en la evaluación, indica:

- Cuantificación no numérica de colecciones (muchos, pocos). Comparación cuantitativa entre colecciones de objetos. Relaciones de igualdad y de desigualdad (igual que, más que, menos que) Estimación cuantitativa exacta de colecciones y uso de números cardinales referidos a cantidades manejables (MEC, 2008, p. 1024).
- Se observará, a medida que avanza la etapa, si niños y niñas [...] intentan cuantificar la realidad referida tanto a materias continuas - cuánta agua hay que echar a la pintura, necesito mucha arena.-, como a colecciones de elementos - en mi equipo somos 6..., en la caja hay pocos rotuladores.-. También se observará la capacidad desarrollada para resolver sencillos problemas matemáticos de su vida cotidiana (MEC, 2008, p. 1025).

Así, en el currículo de Infantil vemos que toda la propuesta del aprendizaje del número se centra en las matemáticas de las *protocantidades* (las *cantidades indefinidas*, como mucha arena y pocos rotuladores) y en las *matemáticas de las cantidades*, para las que el currículo reserva la desafortunada<sup>3</sup> expresión “estimación cuantitativa exacta” para referirse a la *cuantificación numeral*.

En el primer ciclo de Educación Primaria (6 a 8 años), en el bloque de números y operaciones, la referencia a las cantidades y a los contextos familiares es constante (MEC, 2007). Sin embargo, empiezan a aparecer referencias a las relaciones numéricas (mayor que, menor que) y a las operaciones aritméticas (suma y resta, propias de las matemáticas de los números) relacionándolas con acciones físicas (si los referentes de términos formales, como ‘suma’, son acciones, estamos todavía matemática de las cantidades), de modo que se comienza a marcar una transición suave desde las matemáticas de las cantidades hacia las matemáticas de los números:

- Números naturales: Cuantificación y expresión numérica de cantidades en situaciones de la vida cotidiana: grafía, nombre y valor de posición de números hasta tres cifras. Ordenación, comparación y representación de cantidades en contextos familiares. Aproximación a las nociones de «mayor que», «menor que», «igual a», y su representación (MEC, 2007, p. 31557).
- Operaciones: Utilización en situaciones familiares de la suma para unir o añadir; de la resta para separar o quitar; y de la multiplicación para calcular número de veces. (MEC, 2007, p. 31557).

Resumiendo la propuesta de los currículos españoles actuales de Educación infantil y primaria (MEC 2008 y MEC 2007, respectivamente), las matemáticas de las cantidades comienzan en la Educación Infantil y se desarrollan (o se deberían desarrollar) durante buena parte de la Educación Primaria, aunque ya desde el primer ciclo de Educación primaria comienzan a ceder paulatinamente espacio a las matemáticas del número. Sin embargo, a pesar de lo que marca el currículo oficial, el peso de la tradición es muy fuerte, y es muy típico encontrar que en primer curso de Educación primaria, e incluso en algunos centros de educación infantil, tiene gran importancia la realización de operaciones de suma y resta de números (y no de cantidades), aislados de cualquier contexto, lo que supone una entrada prematura en las matemáticas del número que supone, como hemos visto en la introducción, grandes dificultades de aprendizaje.

## 1.2. Las matemáticas de las cantidades y la resolución de problemas en Educación Infantil.

A partir de esta aportación curricular, volvemos sobre la pregunta: ¿Qué significa hacer matemáticas de las cantidades? Y ¿en qué momento de la Educación Infantil deben comenzar las matemáticas de las cantidades? Resnick (1992) ofrece

<sup>3</sup> La estimación es una forma de cuantificación aproximada, que no busca determinar la cantidad de forma exacta, sino encontrar una cantidad razonablemente próxima a la cantidad inicial.

una respuesta a la primera pregunta. En las matemáticas de las cantidades, los números toman el significado del material físico que representan y describen. Pueden utilizarse términos formales, como 'sumar' o 'dividir', pero siempre se refieren a acciones físicas con objetos. Las matemáticas de las cantidades comienzan cuando los niños empiezan a aplicar la cuantificación (a determinar una cantidad numeral, con un número y un tipo de objeto), a través del conteo, a colecciones de objetos implicadas en esquemas protocuantitativos. Es decir, no basta con que los niños cuenten, sino que además deben poner en juego los esquemas previos de que disponen sobre cantidades indefinidas (esquemas protocuantitativos). Por ejemplo, el esquema protocuantitativo de 'añadir' nos dice que si tenemos una colección de objetos y añadimos otros, al final tendremos más objetos que al principio. Según Resnick (1992), la situación ideal para iniciarse en las matemáticas de las cantidades es la resolución de problemas. En los problemas, los esquemas protocuantitativos se ponen en juego en una situación que exige la cuantificación numeral a través del conteo. Por ejemplo, en el problema: "Si tengo tres caramelos y me dan dos más, ¿cuántos tengo ahora?", se pone en juego el esquema protocuantitativo de 'añadir' pero también se emplea el conteo, si los niños a los que se les plantea, por ejemplo, cuatro años. De acuerdo a estos planteamientos, Resnick (1992) propone como ejemplo de un programa, aplicado en la escuela, para el desarrollo de las matemáticas de las cantidades, la Enseñanza de Enfoque Cognitivo (Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson, 1999).

La segunda pregunta que nos hacemos en este trabajo sobre las 'matemáticas de las cantidades' es: ¿A qué edad debemos comenzar a trabajar en este tipo de propuestas? Sabemos que las matemáticas de las cantidades requieren del niño cierto dominio del conteo, al menos de colecciones pequeñas de objetos. Hemos seguido las orientaciones de Clements (2004), que sugiere para los 4-5 años la iniciación de la resolución de problemas, con situaciones sencillas de añadir y quitar, que no sobrepasen los 5 objetos. También que en esta edad se pueden llegar a plantear situaciones de reparto de hasta 10 objetos entre dos personas. Así, en los problemas que hemos propuesto para las primeras 4 sesiones de trabajo, no se han superado los 5 objetos. Durante el curso, hemos ido progresivamente aumentando las cantidades, sin sobrepasar los 10 objetos (ver problemas 1-5 en la Tabla 2).

La visión que adoptamos, los autores de este trabajo, sobre la resolución de problemas en la Educación Infantil, está inspirada en la "Enseñanza de enfoque cognitivo" (Carpenter y otros, 1999). Dentro de este modelo, hemos realizado previamente una investigación con niños de 5 y 6 años (De Castro y Escorial, 2007a). Hay un aspecto en el que nuestras experiencias de resolución de problemas en Educación Infantil difieren de los trabajos de Carpenter y colaboradores. En nuestro planteamiento, incluimos el problema a resolver dentro de una situación de comunicación. Siempre es alguien ajeno a la clase (pero cercano a los pequeños) quien nos plantea un problema y nos escribe una carta para transmitirnos su preocupación por el problema y su demanda de ayuda. Dentro de la carta, que da paso a la actividad de los niños, aparece el enunciado del problema. Los niños, después de resolver el problema, deben ponerse de acuerdo sobre la respuesta que



deben dar a la persona que les ha planteado el problema, y escribir en la pizarra, o sobre el papel, un principio de respuesta a la carta que se supone que la maestra después transmitirá a quien nos planteó el problema. Esto hace que cobre importancia la escritura de cantidades (De Castro y Escorial, 2007b) dentro de la elaboración de la respuesta. En el trabajo anterior (De Castro y Escorial, 2007a) los problemas eran planteados por el Duende Pitutín, al que los niños visitan cada curso durante varios días en una granja escuela. En esta ocasión, los problemas los plantea Ares, maestro de educación infantil que hizo las prácticas en el centro durante el curso anterior a esta experiencia. El taller se inicia con la lectura de un cuento que ha traído Ares, luego, llega su carta con la demanda de ayuda y el enunciado. Tras la lectura del enunciado, repetido varias veces, los niños comienzan a trabajar individualmente. Seguidamente, se realiza una puesta en común en la que algunos niños explican cómo han resuelto el problema e intenta llegarse a un acuerdo sobre qué respuesta debe darse a Ares. Finalmente, alguno de los alumnos escribe (en un papel o en la pizarra) un principio de respuesta para Ares.

La razón principal de incluir los problemas en un contexto de comunicación como el que se ha descrito, es la de enriquecer matemáticamente el trabajo que deben hacer los alumnos. En el Informe PISA 2003 (OCDE, 2005) se establecen las siguientes competencias que deben adquirir los alumnos: “pensamiento y razonamiento, argumentación, comunicación, construcción de modelos, planteamiento y solución del problema, representación, y utilización de operaciones y lenguaje técnico, simbólico y formal” (p. 40). En la búsqueda de un tipo de actividad matemática que promueva al máximo la adquisición de estas competencias, pensamos que la situación de comunicación, en la que planteamos los problemas, favorece el desarrollo de las competencias de comunicación, de argumentación y de desarrollo del lenguaje. Casi todas las demás competencias ya están contempladas en la situación de resolución de problemas.

Tabla 2  
Problemas planteados en las cinco primeras sesiones del taller

Sesión	Enunciado del problema	Tipo de problema	Cuento
1	Van 5 patitos de goma en el barco. En la tormenta, caen 2 patitos al agua. ¿Cuántos patitos siguen en el barco?	Cambio decreciente, incógnita cantidad final	Carle (2006)
2	Si hay 3 cajas de patitos en el camión para llevarlas al barco y después ponen otras 2 cajas, ¿Cuántas cajas hay en el camión?	Cambio creciente, incógnita cantidad final	Carle (2006)
3	Hay 3 cocodrilos en la bañera y 1 lavándose los dientes. ¿Cuántos cocodrilos hay en total en el baño?	Combinación, incógnita el total	Ramos (2004)
4	Hay cinco elefantes en el salón. Tres están tomando el té. ¿Cuántos no lo están tomando?	Combinación, incógnita una de las partes	Ramos (2004)
5	Cuando llegó la Lechuza, había 5 invitados sentados y había 7 sillas. ¿Cuántas sillas estaban vacías?	Comparación, incógnita la diferencia	Mejuto y Mora (2008)

Los problemas planteados en las cinco primeras sesiones del taller son los que figuran en esta tabla. Elegimos problemas sencillos de resolver mediante modelización directa (Carpenter y otros, 1999) y en los que no pasamos de seis, inicialmente, en el tamaño de los números (a excepción del problema 5). Los niños tienen una absoluta libertad para resolver el problema como quieran. En cada sesión tienen plastilina, papel y rotuladores, dos tipos de cubos encajables (Multilink y centicubos), una recta numérica del 1 al 20 pegada en la mesa, y un rekenrek. También pueden utilizar la pizarra, tablas 100, cuentas de colores para formar “collares” o cualquier otro material.

En el presente trabajo, la novedad en el uso de materiales la ha constituido el uso del rekenrek. Éste es un material didáctico diseñado por Adrian Treffers, investigador holandés del Instituto Freudenthal. Aunque tiene aspecto de ábaco, tanto su inventor como sus traductores (en inglés se llama ‘arithmetic rack’, algo así como una ‘rejilla aritmética’), han evitado deliberadamente llamarle “ábaco”, pues no está diseñado para aprender el valor posicional, sino para desarrollar estrategias de cálculo con números de una cifra. Por ejemplo, en la Figura 1 vemos cómo aparece representada la suma  $7 + 8$ , sugiriendo las estrategias del uso de dobles más uno:

$7 + 8 = 7 + 7 + 1 = 14 + 1 = 15$ , o de uso de descomposiciones aditivas con el cinco:  
 $7 + 8 = 5 + 5 + 2 + 3 = 10 + 5 = 15$ .

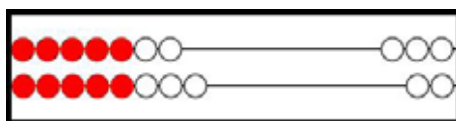


Figura 1. Representación de  $7 + 8$  en el rekenrek.

El rekenrek está especialmente recomendado para último curso de Educación Infantil y primer ciclo de Educación Primaria (5-8 años). En este trabajo, hemos optado por introducirlo en 4 años, sin hacer una preparación específica de su uso; es decir, permitiendo un uso libre del mismo. Nuestro objetivo principal al introducir el material es que los pequeños se familiaricen, logrando al final del curso, representar algunos números especiales (como 5 o 10) sin necesidad de contar. En cierto sentido, el uso que hacemos del material es “preparatorio” para el taller del curso siguiente.

### 1.3. La búsqueda de una actividad matemática adecuada para niñas y niños de 4 y 5 años.

Quizá la mayor preocupación con la que abordamos este trabajo de innovación fue plantearnos si el tipo de actividad que esperábamos de niños y niñas de 4-5 años era adecuado a su nivel de desarrollo evolutivo. Apenas existe poca literatura sobre resolución de problemas verbales con niños de 4-5 años; sin embargo, en 5-6 años, abunda<sup>4</sup> (Carpenter, Ansell, Franke, Fennema y Weisbeck, 1993; Warfield y Yttri, 1999). Todos los participantes en este proyecto tenemos la convicción de que

<sup>4</sup> Citamos sólo dos trabajos de resolución de problemas en Educación Infantil que nos parecen más representativos por seguir la Enseñanza de Enfoque Cognitivo (Carpenter y otros, 1999).

el trabajo con niños de 4-5 años, en el taller de resolución de problemas, supone una extraordinaria preparación para la misma actividad en el último curso de educación infantil. En nuestro planteamiento sobre la educación infantil, siguiendo a Paniagua y Palacios (2006) este carácter preparatorio no conlleva connotación negativa alguna, pero tampoco justifica que la actividad sea adecuada para los niños de esa edad:

Hay que salir del planteamiento dicotómico en el que se supone que si la educación en los primeros años prepara para la educación primaria, no es una auténtica educación infantil. Preparar no debe ser un fin fundamental, pero sí puede ser uno de los objetivos de la educación infantil, siempre que se entienda que preparar no tiene por qué ser entrenar futuras habilidades, adelantar contenidos, llevar un ritmo clásicamente escolar o subordinarse a las demandas de la siguiente etapa (Paniagua y Palacios, 2006, p. 33).

La mayor duda que albergamos sobre la idoneidad cognitiva del taller en 4-5 años viene del hecho de comprobar que muchos niños no entran en una actividad verdaderamente matemática. No se produce, en términos de Brousseau, la *devolución* de la situación. Los niños disfrutan con la lectura del cuento y, a continuación, se implican en momentos de juego con los materiales, y en una actividad de representación relacionada con la historia que se les acaba de relatar. Sin embargo, hay niños que no muestran interés alguno por resolver el problema que se les ha planteado. En este sentido, no tenemos duda de que los niños están realizando una actividad plenamente adecuada para su edad, e incluso que esta actividad puede tener un cierto carácter matemático, pero tenemos que admitir claramente que no es el tipo de actividad de modelización, ni la actitud -de intentar resolver el problema- que nos planteamos en los objetivos del taller.

## 2. El desarrollo de las sesiones de resolución de problemas

Vamos a proceder a la narración del desarrollo de las sesiones de trabajo con los pequeños. Proponemos a los lectores el ejercicio de valorar si esta propuesta sirve, como proponemos los autores del trabajo, para desarrollar las competencias de “pensamiento y razonamiento, argumentación, comunicación, construcción de modelos, planteamiento y solución del problema, representación, y utilización de operaciones y lenguaje técnico, simbólico y formal”, que hemos citado en un apartado anterior, competencias que esperamos que se pueda claramente constatar que pueden ser desarrolladas a través del contexto de trabajo que hemos creado para las matemáticas de las cantidades, desde la edad de 4 años.

### 2.1. Primera sesión

En la primera sesión, se lee el cuento “Diez patitos de goma” (Carle, 2006). Los pequeños muestran gran interés, haciendo comentarios como: “¿Podríamos contarlos?”, “Hay diez”, “Aquí hay uno que es el de goma”. Es la tercera vez que el cuento se lee en clase y los niños participan en la narración, siendo ellos los que van contando la historia con ayuda de las imágenes. Beatriz<sup>5</sup> les plantea el problema que

<sup>5</sup> En toda la narración, vamos a emplear cursivas para los nombres de las maestras y maestros que participan en la experiencia y de los autores del trabajo, para distinguirlos de las niñas y niños.



les ha enviado Ares: “Van 5 patitos de goma en el barco. En la tormenta, caen 2 patitos al agua. ¿Cuántos patitos de goma siguen en el barco?” Los niños, como harán a lo largo de todas las sesiones del taller, comienzan dando estimaciones: Guille dice que hay cinco; Mario, tres; Álvaro, cuarenta y cinco. También se escuchan respuestas al azar, como “cuarenta mil”. A algunos niños parece sorprenderles que los datos del enunciado no se ajusten a la “realidad” del cuento. Así, en los talleres de Eva y Víctor, se decide cambiar en el enunciado “patos” por “cajas”, puesto que en el cuento es una caja la que cae al agua.

*Lidia:* Clara. ¿Qué es lo que has pensado?

Clara: Voy a contar 5 [Clara pone 5 cuentas en la varilla superior del rekenrek].

*Lidia:* Muy bien. ¿Y cuántas se caen?

Clara: Dos se caen al mar [Clara pone 2 cuentas en la varilla inferior del rekenrek].

*Lidia:* ¿Y cuántas quedan en el barco?

Clara: Cinco [Clara responde contando las cuentas que hay en la varilla superior].

*Lidia:* Si se caen del barco, ¿qué tienes que hacer?

Clara: Quitarlas [Clara quita las dos cuentas de la varilla inferior].

*Lidia:* ¿Cuántas quedan en el barco?

Clara: No sé [Ve que vuelven a quedar cinco cuentas en la varilla superior].

Como vemos, para Clara la varilla superior del rekenrek representa el barco y la varilla inferior, el mar. Cuando representa que dos cajas se caen al mar, añade dos cuentas a la varilla inferior, pero no elimina las dos cuentas correspondientes de la varilla superior. Lidia llama a Izan para que le explique a Clara cómo lo ha hecho. Izan ha formado con dos cubos encajables una base (el barco) sobre la que ha colocado cinco cubos más (las cinco cajas). Después, muestra a Clara cómo al quitar dos cubos, quedan tres, que es la solución del problema. Clara se queda triste por no haberlo sabido hacer, pero comprende el problema (aunque al principio le cuesta, pues ella contaba los dos cubos que formaban el barco como cajas) y es capaz de resolverlo ella sola con el rekenrek.



**Figura 2.** Dibujo de Lucía, ‘copia’ de M<sup>a</sup> Renee y resolución de Lucía con el rekenrek.

Por su parte, David hace cinco cajas, cada una de ellas uniendo cuatro cubos encajables, y las pone sobre una hoja de papel (que representa el barco). Después, saca dos ‘cajas’ de la hoja (representando que se caen al mar) y cuenta las tres que quedan. Lucía dibuja un barco con cinco cajas y dos flechas que salen de dos de las cajas apuntando al mar (Figura 2, izquierda). También lo hace con el rekenrek. Curiosamente, pone el rekenrek al revés, con las cuentas blancas a la izquierda. Después, en la varilla inferior, desplaza cinco cuentas rojas a la derecha, y luego quita dos de ellas (Figura 2). M<sup>a</sup> Renee pide a Lucía que le explique el problema y copia su dibujo (Figura 2). Al final de la sesión, es M<sup>a</sup> Renee la que sale a explicarlo, lo cual nos indica que ha comprendido el problema.

En esta primera sesión, hay bastantes niños que no piensan en el problema; se limitan a dibujar o a jugar con los materiales. Los cubos encajables, empleados como material de construcción, tienen gran éxito entre los pequeños. En una de las tres clases en que se hace el taller, todos los niños que han intentado hacer el problema, lo han conseguido. Lidia introduce la variante de que los alumnos que hayan resuelto el problema puedan ayudar a otros a los que les cuesta más. Hasta ese momento, se animaba a los niños que terminaban antes a resolverlo con otro material o a hacer el problema dibujando.

## 2.2. Segunda sesión

En esta sesión, cambiamos en la clase de Beatriz la dinámica del taller. En lugar de trabajar en los dos grupos a la vez, primero se hace el taller en uno de los grupos y después en el otro. Mientras en un grupo se resuelven problemas, en el otro, los pequeños modelan con plastilina, muchas veces representando personajes del cuento. Este cambio se introduce para poder atender mejor a los niños en cada grupo, pues trabajar con toda la clase a la vez, en este tipo de actividad, resulta bastante complejo. El problema está basado en Carle (2006): Si ponen 3 cajas de patitos en el camión para llevarlas al barco y después ponen otras 2 cajas, ¿Cuántas cajas hay en el camión? En la transcripción, Isabel interviene en una conversación entre Adrián y David.

Adrián: Yo estoy haciendo una casa gigante.

David: No hay que hacer casas [le dice a Adrián, mientras dibuja el camión, Figura 3]

Isabel: ¿Ya lo sabes David? [David muestra a Isabel su dibujo, Figura 3] ¿Cuántas son?

David: Cinco [David le explica el problema a Isabel y escribe un 5 sobre el camión].



Figura 3. Dibujo de David con las cinco cajas.

Beatriz pregunta a Belén cómo lo ha hecho:

Beatriz: Belén, ¿Cuánto crees que es?

Belén: Cinco.

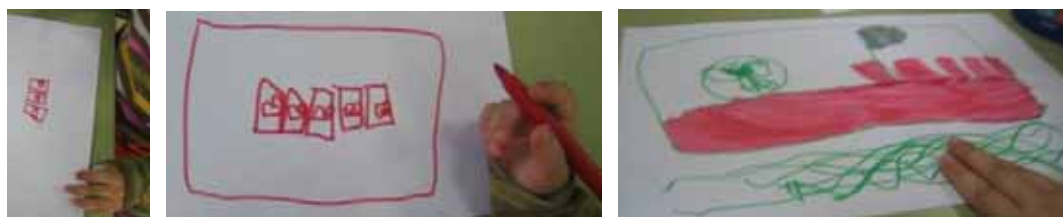
Beatriz: ¿Por qué crees que son cinco?

Belén: Porque las conté con mi mano.

Beatriz: ¿Cómo lo has contado con la mano? Repítelo.

Belén: Pues puse en mi mano tres y luego dos y son cinco [escenificándolo con la mano].

Clara consigue resolverlo con el rekenrek y se pone muy contenta, pues en la sesión anterior se lo tuvo que explicar Izan. Ahora, orgullosa, se lo explica ella a sus compañeros. Así, dice a Manuela: “Mira. Hay tres: una, dos y tres; y luego, hay dos: una y dos. Y al final, hay cinco” (dice, mientras muestra el proceso en el rekenrek).



**Figura 4.** Proceso de resolución de Bárbara y dibujo de Alicia Lu.

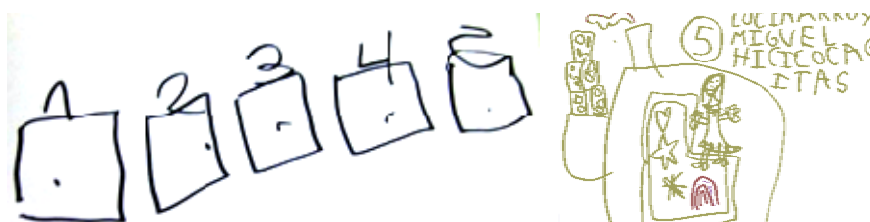
En esta figura, Bárbara dibuja tres cajas, las rodea con un rectángulo (para representar el camión) y añade dos cajas más a la izquierda de las anteriores. Alicia está sentada a su lado y ha dibujado un barco. Parece que se ha confundido con el problema de la sesión anterior. Al preguntarle: “¿Por qué has dibujado un barco, Alicia?”, ella responde: “Porque luego el camión lleva las cajas al barco”.

Izan dibuja cinco cajas y se caen dos (Figura 5). Vemos que se confunde con el problema anterior. Al repetirle el nuevo problema, lo resuelve con cubos encajables. Forma una base con tres cubos (el camión, ver Figura 5), añade primero tres cubos y luego dos más. Poco después, Izan añade tres cubos más en la parte inferior de su construcción, indicando que los cubos son “el humo del camión y las ruedas”. Muchos niños están deseando explicar cómo lo han hecho. Sin embargo, les cuesta más escuchar las explicaciones de los compañeros. Para establecer correctamente esta dinámica de explicar y escuchar es necesaria la mediación de la maestra.



**Figura 5.** El dibujo de Izan, su representación del problema, y la posterior reelaboración de la misma.

David resuelve el problema con un dibujo (Figura 6, a la izquierda). Explica que primero ha dibujado tres cajas y después, como había mucho espacio en el camión, han subido dos más y en total hay cinco. Lucía resuelve el problema muy rápidamente contando con los dedos y dice que son cinco. Después elabora un dibujo muy completo en el que destacan las diferentes representaciones de la cantidad solución: un 5 rodeado por un círculo, para enfatizar la solución, y el texto escrito: “HICOCOCAGITAS” (Hay cinco cajitas) (Figura 6, a la derecha).



**Figura 6.** El dibujo de David y el de Lucía.

Ángel resuelve el problema con los cubos encajables, formando cajas con cuatro cubos cada una. En la figura 7, aparece contándolas. Javier lo resuelve con el rekenrek; primero pone tres cuentas, y después otras dos. Vemos también cómo previamente ha resuelto el problema con cubos encajables (Figura 7, a la derecha).



**Figura 7.** Ángel cuenta las cajas y Javier resolviéndolo con los cubos encajables y el rekenrek.

La puesta en común, en el grupo de Víctor, se lleva a cabo de una forma diferente a las anteriores. Víctor piensa que puede salir mejor si la desarrolláramos en las colchonetas, como las asambleas, y así lo hacemos.

Víctor: ¿Quién más lo quiere explicar?

Galatea: Tres, y si luego se añaden dos más, quedan cinco.

Víctor: Usa los cubitos y se lo cuentas a los niños.

Galatea: Si hay aquí un camión (señala dos cubitos unidos, Figura 8) y, al principio, tiene tres cajas y se ponen una y dos más (coge tres cubitos y otros dos), quedan cinco.

Nehad: No. Son cuatro.

Galatea: No. Es que éste [señalando los dos cubos separados, Figura 8] es el camión [Galatea piensa que Nehad ha confundido los cubos que representan cajas con los que forman el camión. Si esto fuese así, Nehad habría dicho siete, no cuatro].

Víctor: ¿quién más?

David: cinco [Mostrando su dibujo de la figura 6].

Galatea: ¿Y el camión? ¿No está?



**Figura 8.** Resolución de Galatea.

Vemos que algunos pequeños, como Galatea y antes Izan (Figura 5), sienten la necesidad de representar el camión en el que van las cajas. En otros casos, no es así. Continuamente, a lo largo del taller, contemplamos con satisfacción cómo los pequeños se escuchan e incluso se ayudan. Por ejemplo, cuando Pedro dice que no sabe cuántas (cajas) ha pintado y Guille rápidamente le contesta: “¡Cuéntalas, Pedro!”



## 2.3. Tercera sesión

En esta sesión, empezamos a utilizar el cuento: “¡Mamá!” (Ramos, 2004), el que tiene un gran éxito y los niños intervienen continuamente completando el texto:

*Beatriz:* ¡Mamá! [En la página de las jirafas].

*David:* ¡Mamá! ¡Hay tres jirafas en mi habitación!

*Beatriz:* ¡Mamá! [En la página de los elefantes].

*David:* ¡Hay cinco elefantes en el salón!, ¡Hay seis flamencos en la “videoteca”! [Sic], ¡Hay siete osos en la cocina!

*Beatriz:* ¡Mamá! [En la página de los cerditos].

*Martín:* ¡Hay ocho cerdos!

*David:* ¡Hay ocho cerdos en el cuarto de juegos!

*Beatriz:* ¡Mamá! [En la página de los monos].

*David:* ¡Hay ochenta y mil monos!

En la clase de Eva, Izan descubre que el número de los animales del cuento aumenta de uno en uno. Así, antes de pasar a la siguiente página, ya sabe cuántos va a haber. A los demás niños, les gusta comprobarlo y contarlos. El problema es: Si hay cuatro cocodrilos, y vienen dos primos a visitarlos, ¿Cuántos cocodrilos habrá en el cuarto de baño? Como en la anterior sesión, en el grupo de Beatriz se trabaja primero en un grupo, mientras que el otro se dedica a modelar plastilina (Figura 9).



**Figura 9.** Cocodrilo modelado por Álvaro.

Álvaro resuelve el problema con el rekenrek. Primero pasa cuatro cuentas, después otras dos y, finalmente, cuenta las seis. Beatriz pide a Álvaro que se sitúe en medio de la mesa, para que lo vean y explique cómo lo ha hecho (Figura 10).



**Figura 10.** Álvaro pasa cuatro cuentas, después pasa dos más y, finalmente, cuenta las seis.

Belén resuelve el problema con las manos y nos lo explica: “Porque hay cuatro (pone cuatro dedos de su mano derecha) y pongo 2 (levantando el último dedo de su mano derecha y el pulgar de la izquierda) y hay seis” (Figura 11, a la izquierda). David hace un dibujo “de memoria” en el que representa con una fidelidad asombrosa la imagen de los cocodrilos del cuento. Para los niños capaces de recordar con tanto detalle las imágenes que les mostramos, el problema se convierte



en un problema de conteo, pues les basta con elaborar un dibujo casi idéntico al del cuento y contar los personajes. Dado que esta situación era habitual, hubo que cambiar varios enunciados sobre la marcha. Por ejemplo, en esta sesión se optó por añadir “dos primos” que llegan de visita.



**Figura 11.** Belén resuelve el problema con las manos y los dos David lo hacen con un dibujo.

David resuelve el problema con un dibujo (Figura 11, a la derecha) y después escribe la solución: AISEISCOCODILOS (Hay seis cocodrilos). Alicia Lu utiliza los colores para distinguir los cocodrilos: dibuja al papá y la mamá de verde, los hijos de negro y los primos de morado. A la derecha, dibuja al niño protagonista del cuento. Muchos de los dibujos, no sabemos si son empleados para modelizar el problema, como instrumento de resolución, o para ilustrar una solución obtenida por otro método (a veces, con los dedos). Bárbara elige los cubos encajables para representar los cocodrilos. El papá, la mamá, y uno de los hijos los ha hecho con forma de cruz. El otro hijo y los sobrinos son filas de tres o cuatro cubos cada uno. Al contarlos todos, ve que son seis (Figura 12).



**Figura 12.** Dibujo de Alicia Lu, resolución de Bárbara y dibujo de Manuela.

El dibujo de Manuela (Figura 12, a la derecha) es muy original. Podría ser el dibujo de cubos encajables, ya que al final lo explica con este material y hay un gran parecido. Al principio dibuja cuatro cuadrados a los que ella se refiere como la mamá, el papá y los dos hijos. Al preguntarle por los primos, contesta que “no están”. Manuela sigue trabajando en el dibujo, añadiendo dos cuadrados más. Inicialmente, no entendíamos la representación de Manuela, que quedó aclarada en la conversación con Lidia:



**Figura 13.** Resolución de Javier con los cubos encajables y el rekenrek.

*Lidia:* Manuela, ¿qué has dibujado?

Manuela: Colorines.

*Lidia:* Pero, esos colorines... ¿son para pensar el problema de Ares?

Manuela: Sí

*Lidia:* ¿Sí? ¿Y que es cada color?

Manuela: Pues este es el papá, esta es la mamá... [Dice mientras señala cada color].

*Lidia:* ¿Y cuántos cocodrilos hay en el baño?

Manuela: Seis.

Javier resuelve el problema primero con cubos encajables y luego con el rekenrek. Con ambos materiales, pone primero cuatro cubos (o cuentas), luego otros dos, y finalmente cuenta los que hay (Figura 13). Axel representa al papá y a la mamá con cuatro cubos grandes (cubos Multilink) y a cada hijo con cuatro cubos encajables pequeños (centicubos) (Figura 14, a la izquierda). Axel tiene alguna dificultad con el conteo y hay que ayudarle un poco a resolver el problema. Así, le decimos que tiene que hacer a los 'primitos' y responde haciendo otros dos cocodrilos con cuatro centicubos cada uno (es decir, del tamaño de los hijos) (Figura 14, a la derecha). Tras contarlos varias veces, con algún error de por medio, llega a la conclusión de que hay seis cocodrilos.



**Figura 14.** Axel con los cubos encajables y dibujo de Lucía.

Lucía utiliza primero el dibujo, luego el rekenrek y finalmente los cubos encajables, obteniendo el mismo resultado con los tres (Figura 15). Los adultos participantes en la experiencia valoramos mucho el uso de distintos materiales y los niños se van acostumbrando muy bien a esta dinámica de trabajo. Cada estrategia con un nuevo material, supone una validación del trabajo anterior.



**Figura 15.** Lucía resuelve el problema con tres materiales distintos.

En la clase de Víctor, los pequeños no están motivados para ayudar a Ares. Por ello, se decide cambiar la motivación. Una maestra llega disfrazada de gusanito y pide ayuda a los niños para resolver el problema. En este grupo, no es necesario cambiar el enunciado original, que queda: Hay tres cocodrilos en la bañera y uno lavándose los dientes. ¿Cuántos cocodrilos hay en total en el baño? Galatea une los

cubos juntando primero tres (los cocodrilos de la bañera). Luego añade un cubo más (el cocodrilo que se lava los dientes) y al final muestra los cuatro que le dan como resultado (Figura 16).



**Figura 16.** Galatea resuelve el problema con los cubos encajables.

Mateo dibuja los cuatro cocodrilos y escribe la cifra 4 para expresar el resultado (Figura 17). En algunos dibujos aparecen detalles llamativos, como el cepillo de dientes que sostiene uno de los cocodrilos en su mano.



**Figura 17.** Dibujo de Mateo.

## 2.4. Cuarta sesión

Seguimos trabajando con el cuento: “¡Mamá!” de Mario Ramos. El problema es: “Si hay 5 elefantes en el salón y 3 están tomando el té. ¿Cuántos elefantes no están tomando el té?” Belén lo resuelve con los dedos y se lo explica a Beatriz:

Belén: Tres elefantes tomando el té (levanta tres dedos de su mano) y 2 que no toman el té (levanta los dos dedos que le quedan en la mano sin levantar).

Beatriz: ¿Y cuántos son esos?

Belén: Cinco.

Entendemos que Belén descompone el cinco en tres y en dos ayudándose de los dedos. Después, Belén le explica a Mercedes, la directora, cómo lo ha resuelto (Figura 18).



**Figura 18.** Belén explicando el problema a Mercedes (la directora) y explicación de David con su dibujo.

David ha resuelto el problema mediante un dibujo y da la respuesta correcta. Beatriz le pregunta qué ha dibujado:

David: A todos los elefantes y a todo lo que había en el cuento.

Beatriz: Vale, pero explícame cuáles son los que no están tomando el té.

David: Éstos [señalando al padre y al hijo, que están sentados en el sofá de la derecha].

Beatriz: Uno no está tomando el té [pero el otro, el padre, en el cuento, sí toma el té].

David: Y éste tampoco [señalando al padre que está leyendo el cuento a uno].

En el cuento, los elefantes que no están tomando el té son los elefantes pequeños, pero David recuerda que un papá le está leyendo el cuento a un elefante pequeño. Por eso indica que son el padre y su hijo los que no están tomando el té y eso nos crea un poco de confusión para comprender su explicación. Al entregar el dibujo, David explica que los números le han salido un poco mal. Efectivamente, vemos en la parte superior del dibujo, varios doces y treces en espejo (Figura 18).

Oscar resuelve el problema con plastilina, haciendo tres bolitas pequeñas, para los elefantes pequeños y dos bolas grandes, que representan a los elefantes grandes. Como podemos ver, en la Figura 19, a la izquierda, explica el problema a Guille. En la misma Figura 19, a la derecha, vemos como Óscar pasa una de las bolitas pequeñas junto a las dos bolas grandes para distinguir ahora los que toman el té (los dos elefantes grandes y uno de los pequeños) de los que no (los otros dos elefantes pequeños).



**Figura 19.** Resolución de Oscar.

En la puesta en común, Oscar cambia de respuesta, defendiendo que son tres los elefantes que no toman el té (en lugar de dos, como había pensado con las bolitas de plastilina). Veamos cómo defiende su respuesta:

Beatriz: ¿Cuántos crees que no están tomando el té?

Oscar: Tres.

Beatriz: Pues venga, explícanos por qué tres.

Oscar: Uno está leyendo, otro de pie, y otro sentado.

Es muy curioso, anteriormente, Oscar llegó a la respuesta acertada utilizando la plastilina y con la ayuda de Beatriz. Sin embargo, en esta ocasión su respuesta es tres. Si nos fijamos en la imagen del cuento, hay dos elefantes que tienen una taza sujeta, y hay tres que no la tienen. De los tres, uno está leyendo, otro de pie y otro sentado, como dice Oscar. Realmente, son tres los que toman té, pero uno de ellos tiene la taza en la mesa, y se ve que, para Oscar, ese no cuenta.





**Figura 20.** Resolución de Mario y puesta en común.

Mario ha hecho un dibujo y se lo enseña a Beatriz, que le hace caer en la cuenta de que ha dibujado un elefante de más. Mario tacha uno (Figura 20 a la izquierda) y vuelve a contar, ya le salen cinco. Beatriz le pregunta de nuevo cuántos no están tomando té y Mario contesta “dos”. La siguiente conversación corresponde a la intervención de Mario en la puesta en común (Figura 20, a la derecha):

Mario: Que había... Hay cinco [dice mostrando su dibujo]. Y entonces, los que no toman té son éstos [señalando a los dos más pequeños en la parte inferior de su dibujo].

Beatriz: ¿Son esos dos? ¿Por qué?

Mario: Porque...

Beatriz: ¿cuántos están tomando el té? [Mario señala uno a uno a los tres elefantes grandes].

Beatriz: Esos tres. Uno, dos y tres [Beatriz cuenta los tres elefantes grandes]. Entonces dices que luego quedan... ¿cuántos sin tomar el té?

Mario: Un, dos [contando los elefantes pequeños en el dibujo].

En la clase de Eva, el problema se plantea de forma ligeramente diferente para evitar la interferencia tan fuerte que tiene, en el proceso de resolución, el recuerdo de la imagen del cuento. El enunciado queda: Hay cinco elefantes en el salón y tres se van de excursión. ¿Cuántos elefantes quedan en el salón? Manuela soluciona el problema con el rekenrek. Pone cinco cuentas en una varilla, quita tres (los elefantes que se van de excursión) y ve que le quedan dos. Manuela está contentísima por su nuevo descubrimiento. Clara tiene dificultades para resolver el problema. Manuela le dice: “¿Te ayudo?”. Clara acepta y Manuela se lo explica con verdadero entusiasmo. Cuando termina, toma la iniciativa de explicárselo a otros compañeros. Incluso al final, Manuela repite la operación (ya sola) con el ábaco y cuando dice que son dos, suelta una carcajada. Clara aprende de Manuela y después lo hace bien ella sola con otro material. Las explicaciones de unos alumnos a otros funcionan bastante bien y a los que explican les refuerza la motivación.



**Figura 21.** Dibujo de Alicia Lu, y explicación con los dedos.



En la Figura 21, a la derecha, vemos el dibujo de Alicia Lu. Como se puede observar, dibuja tres elefantes fuera de la casa (los que se van de excursión) y una casa con dos puntitos en gris que representan los dos elefantes que se quedan en casa. Lidia le pregunta:

*Lidia:* ¿Cómo sabes que son dos los que se quedan en casa?

Alicia Lu: Mira. Porque hay 5 elefantes [enseña la mano entera] y tres se van de excursión [Enseña los dos dedos que le quedan unidos, pulgar y meñique, Figura 21] y son dos los que quedan en casa.



**Figura 22.** Resolución de Lucía, dibujo y escritura de la solución.

Lucía se confunde en su primer dibujo, ya que representa cinco elefantes en el salón y tres fuera de la casa. Al contar, cuenta todos los elefantes y dice que son cinco. Al pedirle que lo resuelva con el rekenrek, para ver si le da el mismo resultado, pone cinco cuentas blancas en la parte derecha de la varilla superior y luego quita tres. Entonces ve que le quedan dos cuentas blancas y se da cuenta del error y hace otro dibujo. Esta vez, hace un dibujo en rosa (Figura 22) con dos elefantes dentro del salón y tres saliendo. En la parte de arriba, pone un 2 rodeado con un círculo. Después, escribe la solución para Ares: "AIDOSELEFANTES" (Hay dos elefantes) (Figura 22, a la derecha).

Ángel resuelve el problema de una forma muy curiosa con los cubos encajables. Dispone 5 cubos en forma de C y dice que eso representa el salón. Encima pone 5 elefantes, con la misma forma de C, encima de la anterior y quita tres de ellos de sus asientos, cuenta, y comprueba que le quedan dos.



**Figura 23.** Resolución de Ángel y de Claudia.

En la clase de Víctor, en la que Ares no resultaba un elemento motivador para los niños, se plantea un juego: "En busca del tesoro". Si los niños resuelven el problema, se les entregará la parte del mapa que falta para encontrar un tesoro escondido para ellos. Se plantea otra versión del problema: "Hay cinco elefantes en el salón. Tres son grandes, ¿Cuántos son pequeños?" Claudia encaja 5 cubos formando una fila, tiene dificultades en separar, en su fila de 5, los elefantes grandes de los pequeños, hasta que hace un gran descubrimiento:

Claudia: un, dos, tres (cuenta tres de los cinco cubos que tiene).

Clara: esos son los grandes, los que te dice el problema, y ahora ¿cuántos son pequeños?

Claudia: Cuatro [responde mirando a Clara].

Claudia: Espera. ¡He tenido una idea! Si quito unos poquitos, así, voy a saber cuántos hay.

Clara: ¿Cómo?

Claudia: Si quito unos poquitos, voy a saber cómo es.

Clara: Vale. Me parece una buenísima idea, Claudia. A ver, venga, prueba [Claudia separa la línea de cinco cubos en tres y dos]. Vale. Entonces, ¿cuántos son los grandes?

Claudia: Hay uno, dos, tres.

Después de hacerlo, Claudia va a contárselo a Galatea, Antía y Ester. Ester comprende la explicación y lo resuelve por sí misma con el rekenrek. Coloca cinco cuentas rojas en la varilla superior, a la izquierda, y quita tres, comprobando que quedan dos (Figura 24).



Figura 24. Resolución de Ester.

## 2.5. Quinta sesión

Por primera vez en el taller, planteamos un problema de comparación. El enunciado es: “Cuando llegó la Lechuza, había 5 invitados sentados y había 7 sillas. ¿Cuántas sillas estaban vacías? Para que resulte más sencillo resolverlo, evitamos la expresión del tipo: “¿Cuántas sillas hay más que invitados?”

Belén dibuja una mesa con siete sillas alrededor. A continuación, cuenta cinco sillas y les va asignando cifras del 1 al 5. Después cuenta las sillas a las que no corresponde cifra alguna (la sexta silla y la séptima) y concluye que quedan dos sillas libres (Figura 25, a la izquierda). Una vez resuelto el problema, se dedica a rematar el dibujo que empleará después en la puesta en común (Figura 25, a la derecha).



Figura 25. Dibujo y explicación de Belén.

Oscar intenta resolverlo con el rekenrek. Coloca siete cuentas en la varilla superior (como representando las sillas) y cinco en la inferior (los invitados) (Figura 26, izquierda). No obstante lo cerca que está del resultado, no supo concluir cuántas sillas quedan vacías. Lo mismo le ocurrió con la plastilina. Guille dibuja la mesa, siete sillas y cinco invitados. Sabe que sobran dos sillas, pero no sabe explicarlo con el dibujo (Figura 26, derecha).



**Figura 26.** Resolución de Oscar con el rekenrek y con plastilina y Dibujo de Guille.

Beatriz se acerca a Guille para averiguar cómo lo ha hecho. Guillermo dice que hay siete sillas y cinco invitados, y que sobran dos sillas.

*Beatriz:* ¿Por qué? No veo yo por qué tienen que ser dos y no tres [las sillas que sobran].

*Guille:* Porque he contado.

*Beatriz:* Vale, pero has contado y ¿Por qué has dicho “dos”?

*Guille:* No lo sé.

*Beatriz:* ¿No lo sabes? Piénsalo. De alguna manera tienes que saber que son dos.

*Guille:* Porque es que lo he hecho con las manos.

*Beatriz:* A ver. Explícamelo con los dedos.

*Guille:* He puesto cinco en esta (coloca una mano con cinco dedos) y dos en esta (pone dos dedos en la otra mano).

*Beatriz:* Vale. ¿Y qué pasa?

*Beatriz:* A ver. Explícamelo otra vez.

*Guille:* Siete sillas (pone siete dedos).

*Beatriz:* ¿Y estos cinco, qué son? (señalando la mano con todos los dedos extendidos).

*Guille:* Los invitados.

*Beatriz:* Los invitados. ¿Y entonces, sobran?

*Guille:* Dos [los dedos de la otra mano que son sillas, pero no tienen invitado].

### 3. Conclusiones

Al iniciar este trabajo, teníamos ciertas dudas (que todavía nos harán reflexionar mucho durante el resto del curso) acerca de la adecuación del tipo de actividad que proponemos al desarrollo cognitivo de los pequeños de 4 y 5 años. Nuestra postura actual al respecto es que, aunque algunos niños no manifiesten interés por el tipo de actividad matemática concreta que le planteamos, si hay otros muchos que sí se implican en una tarea genuinamente matemática de modelización y, en todo caso, consideramos de acuerdo con Paniagua y Palacios (2006) que uno de los roles del maestro es ampliar el campo de intereses de los niños y que “por su interés e importancia y por la ventaja de un tratamiento temprano, merece la pena abordar algunos contenidos hacia los que inicialmente los niños no muestran interés”

(p. 20). Pensamos que este es el caso de la resolución de problemas, como futuro fundamento del aprendizaje de la aritmética.

En este sentido, una de las principales conclusiones de nuestro trabajo es que las niñas y niños de 4 y 5 años pueden desarrollar una actividad de resolución de problemas, siendo las dificultades que van a afrontar en este tipo de actividad más de tipo afectivo (de interés, motivación, etc.), que de tipo cognitivo. Alguna maestra señalaba con sorpresa, en una de las sesiones, que “todos los alumnos que habían intentado resolver el problema, lo habían conseguido”.

El uso de literatura infantil en las sesiones de problemas ha resultado fundamental. Por una parte, los niños disfrutaban muchísimo con la lectura de los cuentos, reforzando el aspecto afectivo de la actividad. Por otra, el objetivo matemático del uso de los cuentos es que los pequeños conozcan una historia, en la que se basa el problema, de modo que el enunciado del problema les resulte familiar y puedan darle sentido y elaborar un modelo que les permita resolverlo. En este sentido, cabe considerar un éxito el uso de los cuentos dentro del taller. Un aspecto sobre el que habrá que reflexionar en el futuro es que algunos niños han resuelto los problemas empleando la imagen mental que han creado sobre ciertas escenas del cuento, aplicando el conteo. Para evitar esta situación, ya que deseamos que los pequeños elaboren un modelo completo de la situación que les ayude a resolver el problema, nos planteamos dos alternativas para el futuro: utilizar enunciados que no se ajusten exactamente a ninguna escena concreta del cuento (como hicimos en el problema de los cocodrilos, en que nos inventamos dos primos que venían de visita) o utilizar cuentos sin ilustraciones.

Para terminar, nuestra propuesta centrada en las ‘matemáticas de las cantidades’, claramente inspirada en las ideas de Resnick (1992) y Carpenter y otros (1999), está dirigida a todas las maestras y maestros de Educación Infantil (0-6 años), e incluso de los primeros años de Educación Primaria (6-12 años). Nuestro objetivo es proponer para ellos un ejemplo de cómo los niños pueden hacer matemáticas, y desarrollar prácticamente todas las competencias señaladas en un marco internacional como el de PISA 2003, a través de un tipo de actividad matemática rica, profunda, y a la vez adecuada para su edad. No hay necesidad de adelantar contenidos de cursos posteriores, ni de imponer un tipo de matemáticas, las ‘matemáticas del número’ y de las operaciones descontextualizadas, que producen a los pequeños grandes dificultades de aprendizaje.

## Agradecimientos

Agradecemos la participación de los maestros Víctor M. García Rouco y Eva M. Pan Bohórquez (Víctor y Eva en el texto) que han llevado a cabo dos de los talleres de 4-5 años. También agradecemos el apoyo de la directora del CEIP Virgen de Peña Sacra Mercedes Jiménez Rumbo y de la Jefa de Estudios Teresa Torra López, cuyo apoyo ha sido fundamental en el desarrollo del proyecto. Y, por supuesto, a Ares González Hueso, “elemento motivador” del taller, que nos envía sus problemas.

## Bibliografía

- Carle, E. (2006): *Diez patitos de goma*. Kókinos, Madrid.
- Carpenter, T., Ansell, E., Franke, M., Fennema, E., y Weisbeck, L. (1993). *Models of problem solving: a study of kindergarten children's problem-solving processes*. Journal for Research in Mathematics Education, 24(5), 428-441.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., & Empson, S. B. (1999): *Children's mathematics: Cognitively guided instruction*. Heinemann, Portsmouth.
- Clements, D. H. (2004). *Major themes and recommendations*. In D. H. Clements, J. Sarama, & A. M. DiBiase (eds.), *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education* (pp. 7-72). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Colburn, W. (1826): *Intellectual arithmetic upon the inductive method of instruction*. William J. Reynolds & Co, Boston.
- De Castro, C. y Escorial, B. (2007a): *Resolución de problemas aritméticos verbales en la Educación Infantil: Una experiencia de enfoque investigativo*. Indivisa, Boletín de Estudios e Investigación, Monografía IX, pp. 23-47.
- De Castro, C., y Escorial, B. (2007b): *Iniciación a la lectoescritura de números de dos cifras a los cinco años: Una narrativa de la actividad infantil*. Em P. Pequito e A. Pinheiro (Coord.), *Quem Aprende Mais? Reflexões sobre Educação de Infância* (pp. 157-168). Gailivro, Porto.
- Hughes, M. (1987): *Los niños y los números: Las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*. Planeta, Barcelona.
- Lacroix, S. F. (1825): *Elementary treatise on arithmetic*. University Press, Cambridge.
- Lamíquiz, V. (1991): *La cuantificación lingüística y los cuantificadores*. UNED, Madrid.
- Mejuto, E. M., y Mora, S. (2008): *La casa de la mosca fosca*. Kalandraka, Pontevedra.
- Ministerio de Educación y Ciencia (2007). ORDEN ECI/2211/2007, de 12 de julio, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación primaria. BOE núm. 173, viernes 20 de julio de 2007, pp. 31487-31566. Disponible en <http://www.boe.es/>
- Ministerio de Educación y Ciencia (2008). ORDEN ECI/3960/2007, de 19 de diciembre, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la educación infantil. BOE núm. 5, sábado 5 enero de 2008, pp. 1016-1036. Disponible en <http://www.boe.es/>
- OCDE (2005). *Informe PISA 2003: Aprender para el mundo del mañana*. Madrid: Santillana.
- Paniagua, G., y Palacios, J. (2006): *Educación infantil: Respuesta educativa a la diversidad*. Alianza Editorial, Madrid.
- Ramos, M. (2004): *¡Mamá!* Corimbo, Barcelona.



- Resnick, L. B. (1992): From protoquantities to operators: Building mathematical competence on a foundation of everyday knowledge. In G. Leinhardt, R. Putnam, & R. A. Hattrop (Eds.), *Analysis of arithmetic for mathematics teaching* (pp. 373-429). Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, NJ.
- Warfield, J., & Yttri, M. J. (1999): *Cognitively guided instruction in one kindergarten classroom*. En J. Copley (Ed.), *Mathematics in the early years* (pp. 103-111). NCTM-NAEYC, Reston-Washington.

**Carlos de Castro Hernández**, es profesor de Didáctica de las Matemáticas en el Centro Superior de Estudios Universitarios La Salle (Universidad Autónoma de Madrid) y en el Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid. Email: [c.castro@lasallecampus.es](mailto:c.castro@lasallecampus.es); [carlos.decastro@edu.ucm.es](mailto:carlos.decastro@edu.ucm.es)

**Clara Pastor Llamas**, es Licenciada en Ciencias de la Actividad Física y del Deporte por la Universidad Politécnica de Madrid y estudiante de magisterio en el CSEU La Salle (Universidad Autónoma de Madrid). Email: [cpasll@campuslasalle.es](mailto:cpasll@campuslasalle.es)

**Lidia Cayetana Pina Plaza**, es Técnico Superior en Educación Infantil y estudiante de magisterio en el CSEU La Salle (Universidad Autónoma de Madrid). Email: [lpinpl@campuslasalle.es](mailto:lpinpl@campuslasalle.es)

**María Isabel Rojas Díez**, es Auxiliar Técnico Especialista en el Colegio Virgen de Peña Sacra de Manzanares el Real (Madrid, España) y estudiante de magisterio en el CSEU La Salle (Universidad Autónoma de Madrid). Email: [mrojdi@campuslasalle.es](mailto:mrojdi@campuslasalle.es)

**Beatriz Escorial González**, es maestra especialista en Educación Infantil por el CSEU La Salle (Universidad Autónoma de Madrid), licenciada en Psicología por la Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED). Es maestra en el Colegio Virgen de Peña Sacra de Manzanares el Real (Madrid, España). Email: [bescorial@hotmail.com](mailto:bescorial@hotmail.com)